РОСЖЕЛДОР
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
Ростовский государственный университет путей сообщения
(ФГБОУ ВО РГУПС)
Лискинский техникум железнодорожного транспорта имени И.В. Ковалева
(ЛТЖТ – филиал РГУПС)

МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации для выполнения практической работы по теме
«Применение комплексных чисел для расчетов электрических цепей
переменного тока»
для студентов 2 курса очного отделения специальностей

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)
(железнодорожный транспорт)
23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог

2020

УДК 519

Методические рекомендации по выполнению по выполнению практической работы по теме «Применение комплексных чисел для расчетов электрических цепей переменного тока» предназначены для студентов 2 курса очного отделения специальностей 23.02.01Организация перевозок и управления на транспорте (по видам) (железнодорожный транспорт) и 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог

Автор
Новиков Д.Е., Новикова Е.В., преподаватели ЛТЖТ – филиала РГУПС

Рецензент
Лапыгина С.Н., преподаватель ЛТЖТ - филиала РГУПС

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии математических и общих естественно-научных дисциплин протокол №1 от 30.08.2019

Рекомендовано методическим советом ЛТЖТ – филиала РГУПС, протокол № 1 от 02.09.2019

Содержание

АННОТАЦИЯ....4
КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ....5
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ....10
ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ....11
РАЗБОР ТИПОВОГО ВАРИАНТА....13
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ....16

АННОТАЦИЯ

Использование математики в системе СПО подразумевает не только изучение теоретического курса и решение типовых задач, но и применение математического аппарата при стремлении к овладению компетенциями по данной специальности.

Ключевым звеном в освоении теоретических вопросов при изучении электротехники является умение решать задачи по расчету цепей переменного тока. Учитывая, что графический расчет таких цепей представляет определенную сложность, практикуется использование замены векторов комплексными числами. Это позволяет применять математический аппарат по заданной теме, заменив графическое решение аналитическим, при желании использовать полученный алгоритм для автоматизации вычислений.

Данная методическая разработка содержит краткий теоретический материал по теме «Комплексные числа», примеры решений типовых задач, список вопросов для самоконтроля.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Комплексным числом называется выражение вида $a + bi$, где a и $b -$ действительные числа, а i – мнимая единица, т.е. число, квадрат которого равен минус единице.

$$i^2 = -1$$

Запись комплексного числа в виде $z = a + bi$ называется ***<u>алгебраической формой</u>*** записи комплексного числа.

Число a называется *действительной частью*, а число b — *мнимой частью* комплексного числа. $a = Re(z)$, $b = Im(z)$.

Множество комплексных чисел обозначается С, а $z \in C -$ элемент данного множества.

Комплексные числа называются равными, если их действительные и мнимые части соответственно равны.

Комплексное число $\bar{z} = a - bi$ называется комплексно сопряженным с числом $z = a + bi$.

Любое комплексное число $z = a + bi$ можно изобразить как точку с координатами $(a; b)$ на *комплексной плоскости*, где ось абсцисс называется действительной, а ось ординат — *мнимой*

Каждой точке плоскости с координатами $(a; b)$ соответствует вектор $\vec{r} = \overrightarrow{OA} = \{a; b\}$ Поэтому комплексное число можно изображать в виде радиус-вектора $\vec{r} = \{a; b\}$

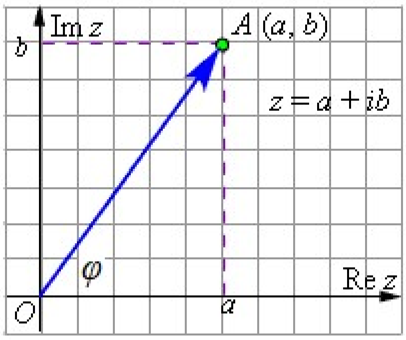


Рис 1

Модулем комплексного числа $z = a + bi$ называется число $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Модуль комплексного числа - это длина соответствующего радиус- вектора.

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Пример 1

1. Найти действительную и мнимую части комплексных чисел z_1 и z_2, вычислить модули чисел

$$z_1 = 3 - 2i \quad \text{и} \quad z_2 = 5 + 4i$$

Решение

$$Rez_1 = 3; \quad Imz_1 = -2$$
$$Rez_2 = 5; \quad Imz_2 = 4$$

Модули $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$r_1 = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$
$$r_2 = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

Угол φ между осью абсцисс и вектором, изображающим комплексное число, называется ***аргументом комплексного числа.***

Каждое не равное нулю комплексное число имеет бесчисленное множество аргументов, отличающихся друг от друга на целое число полных оборотов. *Главным значением аргумента* называется значение аргумента из промежутка $-\pi < \varphi \leq \pi$.

Из прямоугольного треугольника (см. рис 1)

$$\cos\varphi = \frac{a}{r}; \qquad \sin\varphi = \frac{b}{r}$$
$$a = r\cos\varphi\,; \qquad b = r\sin\varphi$$

Тогда $z = a + bi = r\cos\varphi + ir\sin\varphi$

Представление комплексного числа в виде

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

где $r > 0$, называется ***<u>тригонометрической формой</u>*** комплексного числа.

Согласно формуле Эйлера $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$, тогда запись комплексного числа в виде

$$z = re^{i\varphi}$$

Называется ***<u>показательной формой</u>*** комплексного числа

Действия с комплексными числами в алгебраической форме

Правило сложения: при сложении комплексных чисел складываются действительные и мнимые части соответственно.

Правило вычитания: При нахождении разности из действительной и мнимой частей уменьшаемого вычитаются соответственно действительная и мнимая части вычитаемого:

$$z = z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + i(b_1 \pm b_2)$$

Правило умножения. Комплексные числа перемножаются, как двучлены, при этом учитывается, что

$$i^2 = -1$$

Правило деления. Чтобы разделить число z_1 на z_2 $(z_2 \neq 0)$ следует числитель и знаменатель дроби $\frac{z_1}{z_2}$ умножить на число $\overline{z_2}$, сопряженное знаменателю.

Пример 2
Найти сумму и разность чисел $z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = 5 + 4i$
Решение:

$$z_1 + z_2 = (3 - 2i) + (5 + 4i) = 3 - 2i + 5 + 4i = 8 + 2i$$
$$z_1 - z_2 = (3 - 2i) - (5 + 4i) = 3 - 2i - 5 - 4i = -2 - 6i$$

Пример 3
Найти произведение и частное от деления чисел $z_1 = 3 - 2i$ и $z_2 = 5 + 4i$
Решение:

$$z_1 \cdot z_2 = (3 - 2i) \cdot (5 + 4i) = 15 + 12i - 10i + 8i^2 = 15 + 2i - 8 = 7 + 2i$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{3 - 2i}{5 + 4i} = \frac{(3 - 2i)(5 - 4i)}{(5 + 4i)(5 - 4i)} = \frac{15 - 12i - 10i + 8i^2}{25 - 16i^2} = \frac{7 - 22i}{25 + 16} = \frac{7}{41} - \frac{22i}{41}$$

Правило возведения в степень. При возведении в степень n числа z используется правило возведения в степень двучлена $(a + bi)$.

Пример 4
Возвести число $z_2 = 5 + 4i$ в третью степень

$$z_2^3 = (5 + 4i)^3 = 5^3 - 3 \cdot 5^2 \cdot 4i + 3 \cdot 5 \cdot (4i)^2 - (4i)^3$$
$$= 125 - 300i + 240i^2 - 64i^3 = 125 - 300i - 240 + 64i$$
$$= -115 - 236i$$

Действия с комплексными числами в тригонометрической и показательной формах

Правило умножения. При умножении комплексных чисел, заданных в тригонометрической (показательной) форме, их модули перемножаются, а аргументы складываются:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$
$$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Правило деления. Модуль частного, полученного в результате деления чисел, заданных в тригонометрической (показательной) форме, равен частному от деления модуля числителя на модуль знаменателя, а аргумент частного равен разности аргументов делимого и делителя:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Правило возведения в степень. При возведении в степень комплексного числа в эту степень возводится модуль числа, а аргумент умножается на показатель степени:

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$
$$z^n = r^n e^{in\varphi}$$

Правило извлечения корня. Для извлечения корня n-ой степени из комплексного числа используется формула:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$
$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\cdot e^{\frac{\varphi + 2\pi k}{n}},$$

где $\sqrt[n]{r}$ – *арифметический корень*, $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1.$

Пример 5

Представьте в тригонометрической и показательной форме число

$$z = -2 + i2\sqrt{3}$$

Решение:

$a = -2,\quad b = 2\sqrt{3}$.Точка, изображающая z, лежит во 2 четверти.

Модуль: $r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$

Аргумент (угол поворота радиус-вектора): $tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$, значит

$$\varphi = \frac{2\pi}{3}$$

Тригонометрическая форма:

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi),\qquad z = 4(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$$

Показательная форма:

$$z = re^{i\varphi},\qquad z = 4e^{\frac{i2\pi}{3}}$$

Пример 6

Представьте в алгебраической форме числа $z_1 = 2(cos2\pi + isin2\pi)$ *и* $z_2 = \sqrt{2}\cdot e^{\frac{i\pi}{3}}$

Решение:

$$z_1 = 2(cos2\pi + isin2\pi) = 2\cdot(1 + i\cdot 0) = 2$$
$$z_2 = 4e^{\frac{i2\pi}{3}} = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 4\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + 2\sqrt{3}\,i$$

Пример 7

Найдите произведение и частное чисел z_1 и z_2, если

$z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; $z_2 = 3\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

Решение:

$$a) \quad z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot 3 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right)\right) = 6\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)$$

Алгебраическая форма $z_1 \cdot z_2 = 6\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}\,i$

$$b) \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{3} \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{12}\right) + \ i \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{12}\right)\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\cos\frac{\pi}{12} + i \sin\frac{\pi}{12}\right)$$

Пример 8

Возведите в степень $z^{10} = \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{10}$

Решение:

1) Переведем число в тригонометрическую форму:

$a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{-\sqrt{3}}{2},$.Точка, изображающая z, лежит в 4 четверти.

Модуль $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$

Аргумент $\sin\varphi = \frac{b}{r} = -\frac{1}{2}, \qquad$ *значит* $\varphi = -\frac{\pi}{6}$

$$z = \sqrt{3}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} - i \sin\frac{\pi}{6}\right)$$

2) Возводим в степень по формуле Муавра:

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

$$z^{10} = \left(\sqrt{3}\right)^{10} \cdot \left(\cos\frac{10\pi}{6} - i \sin\frac{10\pi}{6}\right) = \ 3^5 \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{3} - i \sin\frac{5\pi}{3}\right) =$$

$$= 243 \cdot \left(\cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) - i \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right) = 243 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 243 \cdot \left(\frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 121{,}5\ (1 + i\sqrt{3})$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Чтобы понять уровень знаний дисциплины попробуйте ответить на следующие вопросы:

1. Какие числа называют комплексными?
2. Что такое мнимая единица?
3. Какие комплексные числа называют равными?
4. Какие комплексные числа называют сопряженными?
5. Как изображаются комплексные числа?
6. Что называется модулем комплексного числа. Как его определить?
7. Что такое аргумент комплексного числа? Главный аргумент?
8. Запишите алгебраическую, тригонометрическую, показательную форму комплексных чисел.
9. Как выполняются действия с комплексными числами в алгебраической форме?
10. Как выполняются действия с комплексными числами в тригонометрической и показательной формах?
11. Вычислите: $i^3,\ i^{18},\ i^{-5},\ i^{72}$
12. Даны два числа $z_1 = 4 - 2i$ и $z_2 = 5 + 3i$
13. Найдите $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$. Постройте радиус-векторы, соответствующие комплексным числам z_1 и z_2. Вычислите их модули.
14. Запишите следующие числа в тригонометрической и показательной формах:
15. 1) $z = 2i$; 2) $z = 4 - 4i$; 3) $1 + i\sqrt{3}$
16. Представьте в алгебраической форме числа:
17. 1) $z = 3(\cos 150^0 + i \sin 150^0)$; 2) $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ 3) $z = 5e^{-i45^0}$
18. Выполните действия в тригонометрической форме:
19. 1) $z = \frac{3\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}{\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}}$ 2) $2(\cos 15^0 + i\sin 15^0)\cdot(5 + 5i)$
20. Возведите в степень по формуле Муавра $\left(-1 + i\sqrt{3}\right)^9$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Практическая работа № 1

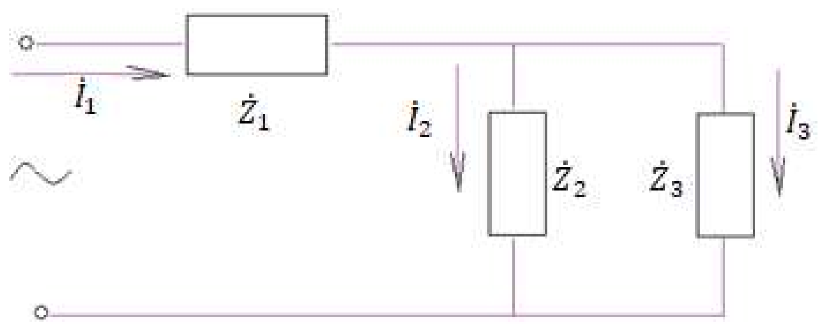
Тема: «Применение комплексных чисел для расчетов электрических цепей переменного тока»

Цель работы: закрепить навыки работы с комплексными числами на примере решения задач из курса электротехники.

Задание: рассчитать электрическую цепь переменного тока по варианту.
Указания: рассчитать электрическую цепь, значит определить эквивалентное сопротивление, токи в ветвях этой цепи, падение напряжения на участках цепи, вычислить активную и реактивную мощности и построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Для выполнения работы необходимо:

1. Нарисовать схему цепи по заданным параметрам.
2. Начертить упрощенную схему цепи:



3. Записать комплексные сопротивления ветвей в алгебраической и показательной форме.
4. Вычислить эквивалентное сопротивление цепи $Z_{экв}$
5. Определить силу тока по закону Ома $I = \frac{U}{Z_{экв}}$
6. Определить падение напряжения на каждом из сопротивлений.
7. Вычислить токи в ветвях.
8. Проверить баланс напряжений и токов.
9. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжений.

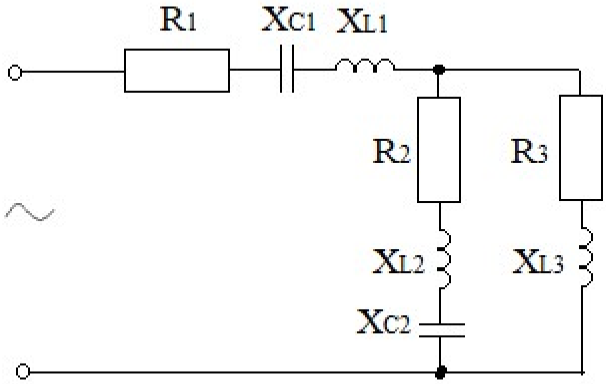
№ варианта	U, В	Z_1 ,Ом			Z_2 , Ом			Z_3 , Ом		
		R_1	X_{L1}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}	X_{C3}
1	220	6	6	12	2	4	5	5	10	-
2	127	8	12	2	-	10	-	3	7	-
3	380	-	10	5	4	12	3	-	5	8
4	220	2	3	4	-	3	7	10	-	3
5	127	5	4	12	2	-	10	4	8	5
6	380	2	3	5	5	7	-	2	3	5
7	220	-	10	-	3	7	-	5	4	12
8	127	5	11	7	3	6	9	-	12	8
9	380	2	5	-	8	4	-	3	6	2
10	220	10	-	7	3	5	6	5	12	4
11	380	4	3	12	5	3	5	5	7	-
12	127	8	12	2	-	10	-	3	7	-
13	220	-	4	5	4	10	3	-	5	8
14	220	5	3	4	-	10	7	8	-	3
15	127	5	4	12	2	-	10	4	8	5
16	380	4	3	5	10	7	-	2	3	5
17	220	5	10	-	5	7	-	5	4	12
18	127	10	11	7	3	8	9	3	12	8
19	380	12	5	6	8	4	4	3	6	2
20	220	10	-	7	3	5	6	5	12	4
21	220	7	8	10	2	3	4	5	7	-
22	380	10	6	4	2	3	4	5	7	2
23	127	5	4	12	2	5	10	4	8	5
24	380	11	3	5	5	7	3	2	3	5
25	220	7	10	-	3	7	10	5	4	12

РАЗБОР ТИПОВОГО ВАРИАНТА

Для решения выпишем из таблицы данные своего варианта:

№ варианта	U, B	Z_1, Ом			Z_2, Ом			Z_3, Ом		
		R_1	X_{L1}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}	X_{C3}
1	220	4	8	12	2	3	5	5	7	-

1. Начертим схему цепи по заданным параметрам.



2. Найдем комплексные сопротивления каждой ветви в алгебраической и показательной форме.

$$Z = R + j(X_L - X_C) \qquad Z = re^{j\varphi}$$

Для первой ветви:

$$Z_1 = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})$$

$$Z_1 = 4 + j(8 - 12) = 4 - 4j \ (4 \ \textit{четверть, угол отрицательный})$$

Модуль $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$$\sin\varphi = \frac{b}{r} = \frac{-4}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \varphi = -45^0$$

$$Z_1 = re^{j\varphi} = 4\sqrt{2}e^{-j45^0}$$

Для второй ветви:

$$Z_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})$$

$$Z_2 = 2 + j(3 - 5) = 2 - 2j \ \ (4 \ \textit{четверть})$$

Модуль $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$$sin\varphi = \frac{b}{r} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \varphi = -45^0$$

$$Z_2 = re^{j\varphi} = 2\sqrt{2}e^{-j45^0}$$

Для третьей ветви:

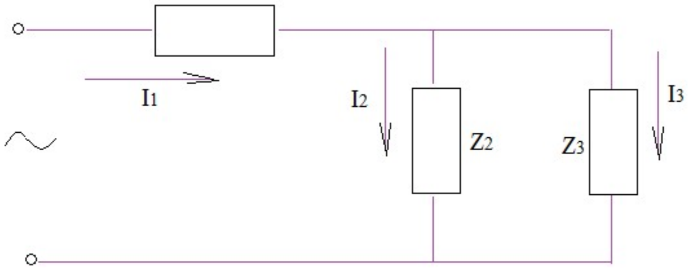
$$Z_3 = R_3 + jX_{L3}$$

$$Z_3 = 5 + 7j \qquad (1\ \textit{четверть})$$

Модуль $\quad r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 7^2} \approx 8{,}60$

$$sin\varphi = \frac{b}{r} = \frac{7}{8{,}60} \qquad \varphi \approx 54{,}5^0$$

$$Z_3 = re^{j\varphi} = 8{,}6e^{j54{,}5^0}$$



3. Найдем эквивалентное сопротивление

$$Z_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \qquad Z_{экв} = Z_1 + Z_{23}$$

$$1)\quad Z_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{2\sqrt{2}e^{-j45^0} \cdot 8{,}6e^{j54{,}5^0}}{2 - 2j + 5 + 7j} = \frac{24{,}32e^{j9{,}5^0}}{7 + 5j}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7^2 + 5^2} \approx 8{,}60$$

$$cos\varphi = \frac{a}{r} = \frac{7}{8{,}6} \approx 0{,}8140 \qquad \varphi \approx 35{,}5^0 \qquad 7 + 5j = 8{,}6e^{j35{,}5^0}$$

$$Z_{23} = \frac{24{,}32e^{j9{,}5^0}}{8{,}6e^{j35{,}5^0}} = 2{,}83e^{-j26^0}$$

Переведем в алгебраическую форму:

$$Z_{23} = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 2{,}83(cos(-26^0) + jsin(-26^0)) = 2{,}54 - 1{,}24j$$

$$2)\quad Z_{экв} = Z_1 + Z_{23} = 4 - 4j + 2{,}54 - 1{,}24j = 6{,}54 - 5{,}24j$$

$$\textit{Модуль} \quad r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{6{,}54^2 + 5{,}24^2} \approx 8{,}38$$

$$cos\varphi = \frac{a}{r} = \frac{6{,}54}{8{,}38} \approx 07804 \qquad sin\varphi < 0 \quad (4\ \textit{четверть}), \quad \varphi \approx -38{,}8^0$$

$$Z_{экв} = 8{,}38e^{-j38{,}8^0}$$

4. Определим силу тока в неразветвленной части цепи по закону Ома

$$I_1 = \frac{U}{Z_{\text{экв}}}$$

$$I_1 = \frac{220}{8{,}38e^{-j38{,}8^0}} = 26{,}25e^{j38{,}8^0}\ A$$

$$I_1 = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 20{,}46 + 16{,}45j$$

5. Определим падение напряжения на каждом из сопротивлений

$$U_1 = I_1 Z_1 = 26{,}25e^{j38{,}8^0} \cdot 4\sqrt{2}e^{-j45^0} = 148{,}51e^{-j6{,}2^0}$$

$$U_1 = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 148{,}51(cos(-6{,}2^0) + jsin(-6{,}2^0)) = 147{,}64 - 16{,}04j$$

$$U_{23} = I_1 Z_{23} = 26{,}25e^{j38{,}8^0} \cdot 2{,}83e^{-j26^0} = 74{,}29e^{j12{,}8^0}$$

$$U_{23} = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 74{,}29(cos(12{,}8^0) + jsin(12{,}8)) = 72{,}44 + 16{,}45j$$

Проверяем решение по второму закону Кирхгофа.

Общее напряжение цепи $U = U_1 + U_{23}$

$$U = 147{,}64 - 16{,}04j + 72{,}44 + 16{,}45j \approx 220\ B \quad \text{(верно)}$$

6. Вычисляем токи в ветвях

$$I_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{74{,}29e^{j12{,}8^0}}{2\sqrt{2}e^{-j45^0}} = 26{,}25e^{j57{,}8^0}\ A$$

$$I_2 = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 14{,}4 + 22{,}21j$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{Z_3} = \frac{74{,}29e^{j1\ \ ,8^0}}{8{,}6e^{j54{,}5^0}} = 8{,}64e^{-j41{,}7^0}\ A$$

$$I_3 = r(cos\varphi + jsin\varphi) = 6{,}45 - 5{,}75j$$

Проверяем решение по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$20{,}46 + 16{,}45j - 14{,}4 - 22{,}21j - 6{,}45 + 5{,}75j \approx 0 \quad \text{(верно)}$$

Вывод: выполнили расчет цепи переменного тока с помощью комплексных чисел.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Основные источники:

1. Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/452694
2. Седых, И. Ю. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 443 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-5914-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449040

Дополнительные источники:

1. Дорофеева, А. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 400 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-03697-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449047
2. Математика : учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 450 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6372-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/433901
3. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/470393
4. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 202 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8846-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449059
5. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев ; под редакцией

А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 447 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-13405-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/459024